



## AVIS DE SOUTENANCE THESE DE DOCTORAT

Présentée par

**Mr : YOUSSEF AHMIDA**

Spécialité : Equations aux dérivées partielles

**Sujet de la thèse :** Sur quelques résultats d'analyse fonctionnelle dans les espaces de Musielak et applications aux EDP.

**Formation Doctorale :** Sciences de l'ingénieur Sciences Physiques, Mathématiques et Informatique.

Thèse présentée et soutenue le mercredi 24 juillet 2019 à 10h au Centre de conférences devant le jury composé de :

Nom Prénom	Titre	Etablissement	
Abdelfatah TOUZANI	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès	Président
Abdelmoujib BENKIRANE	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès	Rapporteur
Driss MESKINE	PES	Ecole Supérieure de Technologie d'Essaouira	Rapporteur
Najib TSOULI	PES	Faculté des Sciences Oujda	Rapporteur
Mostafa BENDAHMANE	MC	Université de Bordeaux	Examineur
Omar SIDKI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Examineur
Azzeddine EL BARAKA	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Examineur
Ahmed YOUSSEFI	PES	Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Fès	Directeur de thèse

Laboratoire d'accueil : Ingénierie, Système et Applications.

Etablissement : Faculté des Sciences et Techniques de Fès



**Titre de la thèse :** Sur quelques résultats d'analyse fonctionnelle dans les espaces de Musielak et applications aux EDP.

**Nom du candidat :** Youssef AHMIDA

**Spécialité :** Equations aux dérivées partielles

### Résumé de la thèse

Au cours des deux dernières décennies, l'étude des équations aux dérivées partielles (EDP's) à croissance non standard a suscité un vif intérêt dans diverses directions de la recherche. Cet intérêt est justifié par leurs applications dans de nombreux domaines en : finance, restauration d'image, fluides non newtoniens (caractérisées par leur changement brutal d'état physique de l'état liquide à l'état solide sous l'influence de différents stimuli externes, comme les champs électriques ou magnétiques). De tels fluides ont de nombreuses applications dans plusieurs branches de l'ingénierie, y compris la protection antisismique, l'industrie automobile (embrayages, amortisseurs, ...), applications militaires, ... etc.

Il est bien connu que le cadre classique des espaces de Lebesgue n'est pas suffisant pour capturer les modèles de tels fluides non-newtonien. En effet en 1996, K. Rajagopal et M. Ružicka ont proposé un modèle empirique pour une classe de fluides non-Newtonien, appelés fluides électrorhéologiques, qui peuvent changer leurs viscosités sous l'effet du champ électrique et ce via une énergie naturelle à exposant variable en fonction de la force du champ électrique et varie donc sur son domaine. Ce qui naturellement impose d'étudier ces fluides dans des espaces de Lebesgue à exposants variables. Ce dernier cadre ne semble pas être réaliste pour mieux comprendre le comportement des fluides non-Newtonien en général. En effet, le changement brusque de la viscosité dans le tenseur de Cauchy confère à l'opérateur de diffusion une croissance non standard décrite par une fonction de Musielak. Ainsi le cadre fonctionnel adapté pour l'étude des modèles décrivant les fluides non-Newtonien est celui des espaces de Musielak.

Bien que l'analyse mathématique des espaces de Musielak et de Musielak-Sobolev a été développée depuis les années 1970, il reste néanmoins de nombreuses questions et problèmes à étudier afin de pouvoir résoudre des EDP's qui modélise des modèles relatifs à la mécanique des fluides non-Newtonien.

Dans cette thèse, nous développons quelques aspects de l'analyse mathématique des espaces de Musielak et de Musielak-Sobolev. Spécialement, nous établissons quelques outils de base d'analyse fonctionnelle qui portent en premier lieu sur la densité des fonctions régulières dans les espaces de Musielak, ensuite sur la dualité, la séparabilité ainsi que la reflexivité de ces espaces. Nous appliquons alors Ces résultats, nécessaires pour la théorie d'existence de certaines EDP's, sont ensuite appliqués à des équations non linéaires elliptiques variationnelles ayant des coefficients qui croissent rapidement/lentement et peuvent être décrits par des fonctions de Musielak.

**Mots clés :** Espaces de Musielak, espaces de Musielak-Sobolev, approximation de l'identité, Densité de fonctions régulière, phénomène de Lavrentiev, théorème de Meyers-Serrin, convergence modulaire, espaces d'Orlicz-Sobolev, log-Holder continuité, espaces de Sobolev à exposant variable, inégalités de type Poincaré, espace de fonctions de trace nulles, variationnelles, équations elliptiques, problèmes de Dirichlet, solutions faibles, approximation de Galerkin.